

CHEAT-SHEET: Akustik — thematisch gegliedert

A. GRUNDGRÖSSEN & WELLENBESCHREIBUNG

- $x(t) = \hat{x} \cos(\omega t + \varphi)$; $f = \omega/2\pi$; $T = 1/f$; komplex: $d/dt \rightarrow j\omega$
- Impedanz allgemein: $Z = \text{"Ursache"}/\text{"Wirkung"}$ (F/v mech., U/I el., p/v akust.)
- Ebene Welle: $p(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$; harmon.: $p = \hat{p} \cos(\omega t - kx)$
- $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$; $c = f\lambda$; $c(\text{Luft}) = (331,4 + 0,6\theta) \text{ m/s} \approx \mathbf{340-343 \text{ m/s}}$
- Wellenwiderstand (Luft): $Z_0 = \rho_0 c \approx \mathbf{414 \text{ kg/m}^2\text{s}}$
- Effektivwert $\tilde{p} = \sqrt{\frac{1}{T} \int p^2 dt}$: Sinus $\hat{p}/\sqrt{2}$, Sägezahn $\hat{p}/\sqrt{3}$
- Fourier: period. $\rightarrow$ Linienspektrum (Grundton + Obertöne); nichtperiod. $\rightarrow$ kontinuierlich
- Harmonisch, aus Schnelle:** Auslenkung $\hat{x} = \hat{v}/\omega$ (da $x = \int v dt$, komplex: $\div j\omega$)
- Harmonisch, aus Wellenwiderstand:** $\hat{v} = \hat{p}/(\rho_0 c)$ (ebene Welle)
- Kugelwelle, Druck aus Volumenschnelle: $\hat{p} = \frac{\omega \rho_0 \hat{Q}}{4\pi r}$

B. PEGEL- UND ENERGIERECHNUNG

- $L = 20 \log(\tilde{p}/p_b) \text{ dB}$, $p_b = 20 \mu\text{Pa}$; $w = \tilde{p}^2/(\rho_0 c^2)$; $I = pv = wc$
- Pegeladdition:** $L_{ges} = 10 \log \sum 10^{L_i/10}$ (NIE Pegel direkt addieren!)
- Merkregel 2 gleichlaute Quellen:** kohärent (feste Phase, gleiche f) $\rightarrow$ Drücke addieren $\rightarrow +6 \text{ dB}$; inkohärent (unabhängig) $\rightarrow$ Energien addieren $\rightarrow +3 \text{ dB}$
- Kohärente Summe explizit** (mehrere Pfade/Quellen, gleiche f , aus Laufzeiten τ_i):
 $\varphi_i = 2\pi f \tau_i$; $p_{ges} = \left| \sum_i \hat{p}_i e^{j\varphi_i} \right|$ (Betrag am Ende!)
- A-Bewertung dB(A): Referenz 1000 Hz = 0 dB; 32 Hz: -39,4 / 63: -26,2 / 125: -16,1 / 250: -8,6 / 500: -3,2 / 1k: 0 / 2k: +1,2 / 4k: +1,0 / 8k: -1,1 / 16k: -6,6
- C-Bewertung (flacher, für hohe Pegel): 63 Hz: -0,8 / 1k: 0 / 8k: -3,0 (A $\approx$ 40 phon-Kurve, C $\approx$ 100 phon-Kurve)
- $L_{A,ges} = 10 \log \sum 10^{(L_i + A_i)/10}$; gilt streng nur für schmalbandig

C. AUSBREITUNG IM RAUM (Abstandsgesetze)

- Punktquelle (Kugelwelle):** $p \sim 1/r$; $I, w \sim 1/r^2 \rightarrow -6 \text{ dB/Abstandsverdoppl.}$
- $P = \rho_0 \omega^2 \hat{Q}^2 / (8\pi c)$ ($\sim \omega^2$, tiefe f schlecht abgestrahlt); $L_w = 10 \log(P/10^{-12} \text{ W})$
- Fernfeld: $L = L_w - 20 \log(r/1 \text{ m}) - 11$ (ab $\sim 2 \text{ m}$)
- Linienquelle (Straße):** nur $-3 \text{ dB/Abstandsverdoppl.}$ (Energie verteilt sich zylindrisch statt kugelförmig)
- Diffusfeld/Nachhall: $w = 4P/(cA) = 0,07 PT/V$ (unabhängig von r !)
- Hallradius** $r_H \approx 0,14 \sqrt{A}$: innerhalb dominiert Direktschall ($1/r^2$ -Gesetz gilt), außerhalb diffuses Feld (konstant)
- Abstand für gegebene Pegeldifferenz ΔL (Direkt über Diffus): $r = r_H / 10^{\Delta L/20}$

- **Interferenzminimum** (Gangunterschied zweier Pfade, z.B. Direkt+Bodenreflexion): $\Delta r = n \cdot \lambda / 2$ ($n = 1, 3, 5, \dots$) $\rightarrow f_{min} = c / (2\Delta r)$
- **Linienquelle konkret:** Leistungsbelag $P' = P / \Delta x$ (Δx =mittl. Abstand der Einzelquellen); $I = P' / (2a) \rightarrow$ daraus $L = 10 \log(I / I_0)$
- Halbraumabstrahlung (Quelle auf reflektierendem Boden): $P = 2\pi r^2 I$ statt $4\pi r^2 I$ (statt Vollkugel)
- **Spiegelschallquellen:** Reflexion an Wand = virtuelle Quelle gespiegelt an Wandebene; Distanz(Spiegelquelle,R) = reale Pfadlänge; für 2. Ordnung: 2× spiegeln (Reihenfolge der Wände), nur für frühe Reflexionen praktikabel (Visibility-Check nötig)

D. RESONANZ (überall dasselbe Prinzip: Rückstellkraft $\leftrightarrow$ Trägheit)

- **Mechanisches Feder-Masse-System:** $\omega_0 = 1 / \sqrt{mn}$; $F = (j\omega m + w + 1/(j\omega n))v$
- **Rohrresonatoren:**
 - beidseitig gleich (offen-offen/geschl.-geschl.): $f_n = n \cdot c / (2L)$ [$\lambda/2$]
 - einseitig offen+geschl. (Gehörgang, Klarinette): $f_n = n \cdot c / (4L)$, n ungerade (1,3,5,...) [$\lambda/4$]; tiefste Resonanz ($n=1$): $f_{min} = c / (4L)$
 - Bsp. Gehörgang 2,7cm: $f \approx 343 / (4 \cdot 0,027) \approx 3176\text{Hz}$ ✓ (passt zu 3000Hz-Empfindlichkeitsmaximum)
- **Musikintervalle** (Frequenzverhältnis): Oktave 2:1, Quint 3:2, Quart 4:3, Terz 5:4
- **Cent-Verstimmung:** 1 Halbton= $2^{1/12}$, 1 Cent= $2^{1/1200}$; Verstimmung $x = 1200 \log_2(f' / f)$ [Cent]
- **Raummoden** (Quader): $f_{lmn} = \frac{c}{2} \sqrt{(l/L_x)^2 + (m/L_y)^2 + (n/L_z)^2}$
 - Schroeder-Frequenz (Übergang modal $\rightarrow$ statistisch): $f_S \approx 2000 \sqrt{T/V}$; geometr. Akustik nur gültig für $f \gg f_S$
- **Resonanzabsorber** (Plattenschwinger vor Luftpolster): $\omega_0 = c \sqrt{\rho_0 / (M''d)}$
- **Elektrodynamischer Wandler, Eingangsimpedanz:** $Z_{in} = R_e + j\omega L_e + \frac{M^2}{w + j\omega m + 1/(j\omega n)}$
 - $\omega \rightarrow 0$: $Z_m \rightarrow \infty$ (Nachgiebigkeit dominiert) $\rightarrow Z_{in} \rightarrow R_e$
 - bei $\omega_0 = 1/\sqrt{mn}$: $Z_{in} = R_e + M^2/w \rightarrow$ **Maximum** (M-Wandler=Gyrator: mech. Reihenresonanz $\rightarrow$ el. Parallelresonanz!)

E. REFLEXION, ABSORPTION & SCHALLDÄMMUNG

- Reflexionsfaktor $\underline{R} = |R|e^{j\gamma}$; spez. Wandimpedanz $\zeta = Z / (\rho_0 c)$; $\underline{R} = \frac{\zeta - 1}{\zeta + 1}$
- Stehende Welle: $|p|_{max} / |p|_{min} = (1 + |R|) / (1 - |R|)$
- Erstes Minimum von Wand: $\gamma = \arg(\underline{R})$; Abstand $d_{min} = (\gamma / \pi + 1) \cdot \lambda / 4$
- **Absorptionsgrad** $\alpha = 1 - |R|^2$: angepasst ($Z=\rho c$): $\alpha=1$ | schallhart ($Z=\infty$): $\alpha=0$ | schallweich ($Z=0$): $\alpha=0$

- Poröser Absorber: min. $\lambda/4$ dick / Abstand zur Wand (Schnelleximum nutzen, spart Material)
- **Schalldämmmaß:** $R = -10 \log \tau = L_S - L_E + 10 \log(S/A)$
- Massegesetz: $R = 20 \log \frac{\omega m'}{2\rho_0 c}$ (+6dB je Massenverdoppl.)
- R_w : Sollkurve verschoben bis mittl. Abw. (nur ungünstig) 2dB, Wert bei 500Hz; R' =inkl. Nebenweg
- Koinzidenzgrenzfrequenz f_k : Biegevelle koppelt effizient an Luftschall (Schwachstelle der Dämmung)

F. NACHHALL & DIFFUSFELD

- **Nachhallzeit T:** Zeit für -60dB Pegelabfall
- Eyring: $T = -0,163 \frac{V}{S \ln(1-\bar{\alpha})}$; Sabine ($\alpha \ll 1$): $T = 0,163 V/A$, $A = \sum \alpha_i S_i$
- Prüfen: $\bar{\alpha} = A/S$ klein ($\approx 0,1-0,15$)? $\rightarrow$ Sabine ok, sonst Eyring nötig
- Flächenänderung: $A_{neu} = A_{alt} - A_{Teil,alt} + A_{Teil,neu}$
- Halbierung T $\rightarrow$ -3dB Lärmpegel (nur außerhalb Hallradius, s.o. Abschnitt C)

G. WAHRNEHMUNGSSKALEN (Psychoakustik)

- Hörbereich **16(20)Hz-16(20)kHz**; empfindlichst 2-5kHz (Gehörgangsresonanz, s. D); Schmerzgrenze 120-140dB
- **phon** L_n : Pegel des gleichlauten 1000Hz-Tons (bei 1000Hz: phon=dB)
- **sone** N : $N = 2^{0,1(L_n-40)}$; 1sone=40phon; Verdoppl. $\approx +10$ phon; als Verhältnis: $N_2/N_1 = 2^{\Delta L/10}$
- **mel**: 125Hz=125mel; linear bis 500Hz, dann gestaucht; 100mel $\approx$ 1,3mm Basilarmembran
- **Bark**: 24 Frequenzgruppen à 100mel; Bandbreite wächst stark mit f (schmal bei tief, breit bei hoch)
- **JND** (Frequenz): $\approx 3,6$ Hz bis 500Hz, darüber laut Skript 3‰ (=0,3%) von f
- Verdeckung: Simultan / Vor(max.50ms) / Nach(bis150ms); Anwendung MP3
- Zwicker-Diagramm: Lautheit aus Barkband-Pegeln; Schärfe[acum]/Schwankungsstärke[vacil,4Hz]/Rauigkeit[asper,15-300Hz]

H. BINAURALES HÖREN

- Medianebene: ITD=ILD=0; max. ITD (seitlich) $\approx$ 690 μ s; max. ILD bis 20dB
- **Duplex-Theorie**: tief $\rightarrow$ ITD dominant, hoch $\rightarrow$ ILD dominant; **Umschlag $\approx$ 1500Hz**
- Körpereinfluss n. Frequenz: <200Hz kaum | >200Hz Torso | >500Hz Kopf | >1500Hz Ohr | >3000Hz Gehörgang
- **Kugelpopfmodell ITD** (Spezialfall Quelle seitlich, $\varphi=90^\circ$, Radius r): $\Delta s = r(1 + \pi/2)$ (direkt+Viertelkreis), $\Delta t = \Delta s/c$ (allgemeiner Winkel: Woodworth-Modell)
- Cones of Confusion: gleiche ITD/ILD $\rightarrow$ Auflösung durch monaurale Cues (Pinna) + Kopfbewegung

- HRTF = Filterfkt. je Ohr&Richtung (Zeitbereich HRIR); generische HRTF → mehr Front-Back-Confusions
- CTC (Lautsprecher-Wiedergabe): sehr bewegungsempfindlich (Phasenauslöschung nur bei fixem Sweet-Spot)

I. ELEKTROAKUSTISCHE WANDLER

- Analogie I: $U \leftrightarrow F, I \leftrightarrow v, R \leftrightarrow w, L \leftrightarrow m, C \leftrightarrow n$
- **N-Wandler** (elektr. Kraftfeld, z.B. Kondensatormikro): $F = NU; Z_{el} = Z_m / N^2 \rightarrow R_w = w / N^2, L_m = m / N^2, C_n = n N^2$ (Elementtyp bleibt, Reihe bleibt Reihe)
- **M-Wandler** (magn. Kraftfeld, z.B. dynamisch): $F = MI; Z_{el} = M^2 / Z_m \rightarrow C_m = m / M^2, L_n = n M^2, R_w = M^2 / w$ (DUAL! Reihe ↔ Parallel, Gyrator)
- Kondensatormikro: $F_g = \frac{1}{2} \epsilon_r \epsilon_0 S U_g^2 / d^2$ (nichtlinear) → Polarisationspg. U_0 (~200V) linearisiert; $N = Q_0 / d; M_0 = \frac{V_0 U_0}{\rho_0 c^2 S d}$ (10-50mV/Pa)
- Richtcharakteristik: Kugel(Druck) / Acht($\cos \vartheta$, Gradient) / Niere= $0,5+0,5\cos\vartheta$ / Superniere= $(1+1,7\cos\vartheta)/2,7$
- Kolbenmembran ($ka \ll 1$): $P \sim \omega^2 \hat{v}_0^2; W_S \sim \omega^2$; für konst. P: $v \sim 1/\omega$ (oberh. Resonanz, s. D)
- Gehäuse verhindert akust. Kurzschluss; System=Hochpass 2.Ord.; Güte: krit. (0,5)/Bessel(0,61)/Butterworth(0,707)

J. LÄRMENTSTEHUNG & -BEKÄMPFUNG (deskriptiv)

- Ursachen: Schlag / Turbulenz ($P \sim v_0^8$!! schon kleine v-Reduktion hilft enorm) / Stoßwellen (Mach: $\sin \vartheta = c/v_0$, primär nicht vermeidbar)
- Primär (an Quelle: weichere Materialien, $v_0 \downarrow$, größere Querschnitte) vs. Sekundär (Ausbreitung behindern: Kapselung 15-25dB, Federfundament ab $\omega > \omega_0$, s. D)
- Schalldämpfer: $T = 2q/(1+q), q = S_1/S_2$ (Reflexionsschalldämpfer, Querschnittssprung)
- Gehörschutz: Stöpsel~30dB (>500Hz), Kapsel +10dB mehr

KONSTANTEN & QUICK-CHECKS

$c(\text{Luft})=340\text{-}343 \text{ m/s} \mid Z_0=414 \text{ kg/m}^2\text{s} \mid \rho_0=1,2\text{-}1,225 \text{ kg/m}^3 \mid p_b=20\mu\text{Pa} \mid I_b=10^{-12} \text{ W/m}^2 \mid w_b=3\cdot 10^{-15} \text{ J/m}^3$

Wiederkehrendes Muster, das viele Formeln verbindet:

- **1/r vs 1/r²**: Druck immer $\sim 1/r$, Energie/Intensität immer $\sim 1/r^2$ (egal ob Kugelwelle, Nachhall-Übergang, etc.)
- **Resonanz** = $\sqrt{\text{Trägheit} \times \text{Nachgiebigkeit}}$: taucht identisch auf bei Feder-Masse (D), Wandler (D/I), sinngemäß bei Rohren (λ -Bedingung) und Räumen (Modenbedingung)
- **N-Wandler transformiert linear, M-Wandler dual (Gyrator)** — diese Unterscheidung erklärt praktisch alle Ersatzschaltbild-Aufgaben in Kapitel I

- **Kohärent**→+6dB, **Inkohärent**→+3dB — dieselbe Logik wie bei Reflexion/Interferenz (E) und Pegeladdition (B)